



XIV CONCURSO DE PRIMAVERA DE MATEMÁTICAS

2ª FASE: 24 de abril de 2010

NIVEL III (3º y 4º ESO)

!!! Lee detenidamente estas instrucciones!!!

Escribe tu nombre y los datos que se te piden en la hoja de respuestas. No pases la página hasta que se te indique.

La prueba tiene una duración de **1 HORA 30 MINUTOS**.

No está permitido el uso de calculadoras, reglas graduadas, ni ningún otro instrumento de medida.

Es difícil contestar bien a todas las preguntas en el tiempo indicado. Concéntrate en las que veas más asequibles. Cuando hayas contestado a esas, inténtalo con las restantes.

No contestes en ningún caso al azar. Recuerda que es mejor dejar una pregunta en blanco que contestarla erróneamente.

<i>Cada respuesta correcta te aportará</i>	5 puntos
<i>Cada pregunta que dejes en blanco</i>	2 puntos
<i>Cada respuesta errónea</i>	0 puntos

EN LA HOJA DE RESPUESTAS, **MARCA CON UNA ASPA** LA QUE CONSIDERES **CORRECTA**.

SI TE EQUIVOCAS, ESCRIBE "NO" EN LA EQUIVOCADA Y MARCA LA QUE CREAS CORRECTA.

CONVOCA

Facultad de Matemáticas de la UCM

ORGANIZA

Asociación Matemática
Concurso de Primavera

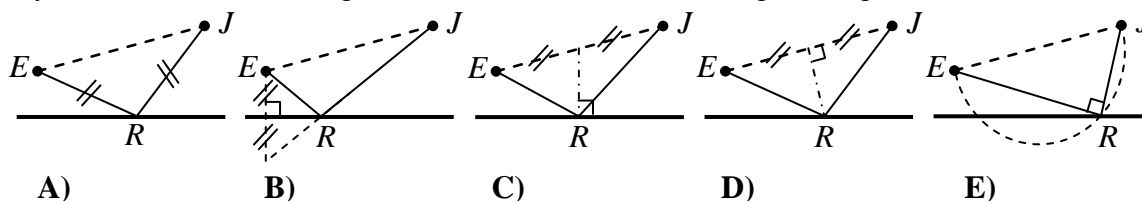
COLABORAN

Universidad Complutense de Madrid
Consejería de Educación de la Comunidad de Madrid
Educamadrid
El Corte Inglés
Grupo ANAYA
Grupo SM
Librería Aviraneta
www.profes.net

1 En un mes hay tres domingos que caen en día par. ¿En qué día de la semana cae el 20 de ese mes?

- A) Lunes B) Martes C) Miércoles D) Jueves E) Viernes

2 Esteban está en un campamento base de subida al Aconcagua, en el punto E , cerca de Joaquín (punto J). Cada mañana le visita porque Joaquín está lesionado, pero se acerca antes al río, punto R , para llevarle agua. Cinco veces determina el punto R de forma diferente. ¿Cuál es el trayecto más corto? (los segmentos marcado con \parallel son de igual longitud)



3 Dos tangentes a una circunferencia en los puntos Z e Y se cortan en W . Una tercera tangente en el punto Q corta al segmento WZ en P y al WY en R . Si $WZ = 20$, el perímetro del triángulo WPR es:

- A) 36 B) 40 C) 42 D) 50 E) Depende de la posición del punto Q

4 Si a y b son números positivos con a menor que b y llamamos u al número $\sqrt{a+b+2\sqrt{ab}} + \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$, ¿qué igualdad es verdadera?

- A) $u = 2\sqrt{a+b}$ B) $u = (a+b)\sqrt{2}$ C) $u = a\sqrt{b} + b\sqrt{a}$
 D) $u = 2\sqrt{a}$ E) $u = 2\sqrt{b}$

5 Si se aumenta la velocidad de un tren de mercancías en 10 km/h se ganan 40 minutos de tiempo, pero si se disminuye en 10 km/h, se pierde una hora. ¿Cuál es la longitud del recorrido?

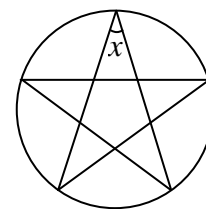
- A) 120 km B) 200 km C) 400 km D) 1400 km E) Los datos son contradictorios

6 ¿Cuánto vale el ángulo interior de un polígono regular convexo de 20 diagonales?

- A) 18° B) 45° C) 72° D) 135° E) 162°

7 En una circunferencia hemos inscrito un pentágono regular estrellado. ¿Cuál es la medida del ángulo x ?

- A) 30° B) 32° C) 34° D) 36° E) 38°



8 ¿Cuál es la suma de las cifras del cuadrado de 111 111 111?

- A) 18 B) 27 C) 45 D) 63 E) 81

9 Si $A = 2^{24}$, $B = 3^{16}$, $C = 49^4$, entonces se verifica:

- A) $A < B < C$ B) $A < C < B$ C) $B < A < C$ D) $B < C < A$ E) $C < A < B$

10 En un triángulo isósceles, el ángulo obtuso formado por las bisectrices de los dos ángulos iguales es el triple del ángulo en el tercer vértice. La suma de las cifras del valor de este ángulo, medido en grados sexagesimales, es:

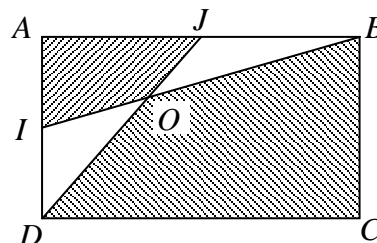
- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

- 11** La torre Eiffel tiene 300 m de altura, está construida enteramente de hierro y pesa exactamente 8000 toneladas. Se quiere construir un modelo reducido de la torre, también de hierro y que pese 1 kg. ¿Cuál debe ser su altura?

A) 8 cm B) 80 cm C) 8 m D) 1,5 m E) 0,0375 m

- 12** $ABCD$ es un rectángulo. I es el punto medio de AD y J el de AB . Si O es el punto de intersección de IB y DJ , el cociente de las áreas de los cuadriláteros $AIOJ$ y $BCDO$ es:

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{2}{3}$
E) $\frac{3}{4}$



- 13** ¿Cuántos enteros hay entre 9 999 y 100 000 tales que la suma de sus cifras sea igual a 2?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

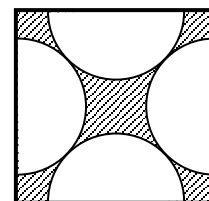
- 14** Las rectas de ecuaciones $y = ax$, $y = -x + b$ se cortan en un punto cuyas coordenadas son estrictamente negativas. Se deduce de ello que:

A) $a > 0$, $b > 0$ B) $a > 0$, $b < 0$ C) $a < 0$, $b < 0$
D) $a < -1$, $b < 0$ E) $a < -1$, $b > 0$

- 15** En la figura se muestra un cuadrado de lado 1 y cuatro semicírculos iguales mutuamente tangentes. ¿Cuál es el área de la parte rayada?

A) $\frac{\pi}{2}$ B) $1 - \frac{\pi}{4}$ C) $4 - \pi$ D) $\sqrt{2} - \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

E) Nada de lo anterior



- 16** Si $P = 2^n$ y $Q = 3^m$, ¿cuál de los siguientes números es 12^{mn} sea cual fuere el par de enteros (m, n) ?

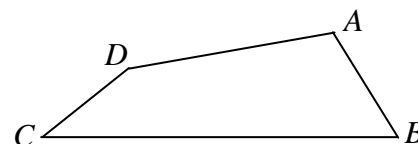
A) P^2Q B) P^nQ^m C) P^nQ^{2m} D) $P^{2m}Q^n$ E) $P^{2n}Q^m$

- 17** Si aumentamos en 1 cm una arista de un cubo, disminuimos otra en 1 cm y dejamos la tercera como está, nos da lugar un paralelepípedo cuyo volumen es 5 cm^3 menos que el del cubo original. ¿Cuál era el volumen, en cm^3 , del cubo?

A) 8 B) 27 C) 64 D) 125 E) 216

- 18** En el cuadrilátero de la figura, $AB = 5$, $BC = 17$, $CD = 5$, $DA = 9$ y BD un entero. ¿Qué entero es éste?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14
E) 15



- 19** Considera el rectángulo $ABCD$ con $AB = 4$ y $BC = 3$. Si el segmento EF , que pasa por B , es perpendicular a la diagonal DB y los puntos E y F están en las prolongaciones de AD y DC respectivamente, ¿cuál es la longitud de dicho segmento EF ?

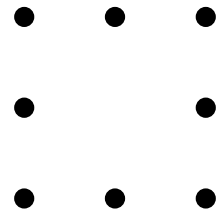
A) 9 B) 10 C) $\frac{125}{12}$ D) $\frac{103}{9}$ E) 12

20 En un campamento de verano, el 60% de los estudiantes juega al fútbol, el 30 % hace natación y el 40% de los que juegan al fútbol hace natación. Aproximando al entero más próximo, ¿qué porcentaje de los estudiantes que no hacen natación juega al fútbol?

- A) 30% B) 40% C) 49% D) 51% E) 70%

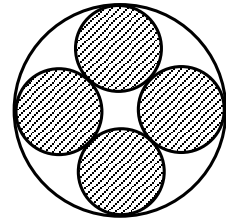
21 De los ocho puntos de la figura, separados 1 unidad los más cercanos, elegimos dos al azar. ¿Cuál es la probabilidad de que su distancia sea 1?

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{4}{11}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{4}{7}$



22 Muchas catedrales góticas tienen ventanas como la de la figura: varios círculos iguales, tangentes dos a dos y un círculo grande tangente exterior a todos. En la figura hay cuatro círculos pequeños. ¿Cuál es el cociente entre la suma de las áreas de los cuatro pequeños y el área del grande?

- A) $3 - 2\sqrt{2}$ B) $2 - \sqrt{2}$ C) $4(3 - 2\sqrt{2})$ D) $\frac{1}{2}(3 - \sqrt{2})$ E) $2\sqrt{2} - 2$



23 Decimos que un número de 3 cifras distintas es un número “geométrico” si sus cifras, leídas de izquierda a derecha, están en progresión geométrica. ¿Cuál es la diferencia entre el mayor y el menor números geométricos?

- A) 888 B) 124 C) 718 D) 840 E) Nada de lo anterior

24 La probabilidad de que en una moneda trucada obtengamos cara es $p \neq 0$. Tiramos la moneda 8 veces, siendo la probabilidad de obtener 3 caras y 5 cruces $\frac{1}{25}$ de la probabilidad de obtener 5 caras y 3 cruces. El valor de p es:

- A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{4}{5}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{6}{7}$

25 En el rectángulo $ABCD$ con $AB = 8$ y $BC = 6$, el punto M es el punto medio de la diagonal AC ; el segmento ME , con E en AB , es perpendicular a dicha diagonal. ¿Cuál es el área del triángulo AME ?

- A) $\frac{65}{8}$ B) $\frac{25}{3}$ C) 9 D) $\frac{75}{8}$ E) $\frac{85}{8}$